

## Le paradoxe des jumeaux

*Le paradoxe des jumeaux est un problème théorique, basé sur une expérience de pensée, posé par Paul Langevin en 1911 afin de populariser les idées d'Albert Einstein. Paul Langevin exposa ce problème pour la première fois à Boulogne lors d'une conférence à un Congrès de... philosophie !*

Cette activité s'inspire librement de l'énoncé historique de Langevin.

*Fixe et Mobile sont les prénoms de deux frères jumeaux. Ils habitent la planète Galileo, isolée dans l'Univers, et dont on peut supposer que la surface définit un référentiel galiléen.*

*Tandis que Fixe reste sur Galileo, son frère Mobile, lui monte à bord d'un véhicule qui se déplace à une vitesse, notée  $v$ , proche de la célérité de la lumière. Pendant 7 années, il s'éloigne de Galileo. Pendant les 7 années suivantes, il revient voir son frère. Ces durées sont celles mesurées par Mobile.*

**Question :** au retour de Mobile, lequel des deux frères est le plus âgé ?

### 1<sup>ère</sup> partie : le paradoxe

Mobile dit :

« Si je mesure une durée  $\Delta t_M$  pour mon voyage, comme je suis en mouvement à la vitesse  $v$  par rapport à mon frère Fixe, pour lui la durée du voyage est dilatée et vaut :  $\Delta t_F = \frac{\Delta t_M}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_M$

Donc Fixe va vieillir plus vite que moi et je vais revenir plus jeune que lui ! »

Mais Fixe répond :

« Je ne suis pas d'accord ! On peut très bien considérer que c'est moi qui suis en mouvement à la vitesse  $v$  par rapport à mon frère ! Donc de mon point de vue, c'est la durée mesurée par lui qui est dilatée et vaut :  $\Delta t_M = \frac{\Delta t_F}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_F$

Donc c'est Mobile qui va vieillir plus vite et il va revenir plus âgé que moi ! »

### ► Questions

1. Chaque jumeau, dans ses propos, fait un choix différent de référentiel propre. Indiquer, pour chacun d'eux, quel référentiel propre est choisi.
2. Expliquer pourquoi, tant que *Mobile* ne change ni de vitesse ni de direction, on ne peut donner raison ni à l'un ni à l'autre.

### 2<sup>ème</sup> partie : une solution

1. Les réponses de la partie précédente utilisent la relation entre durée propre et durée mesurée valables uniquement si le référentiel lié à *Fixe* et celui lié à *Mobile* sont galiléens. Or l'un d'entre eux ne peut pas être supposé galiléen : lequel ? Justifier d'après son mouvement.
2. On admet que, lorsque l'un des référentiels considérés subit des accélérations, la relativité restreinte ne s'applique qu'à condition de choisir le référentiel non galiléen comme référentiel propre.
  - a. Lequel des deux jumeaux a donc finalement raison ?
3. Le calcul rigoureux de la différence d'âge entre les deux jumeaux nécessite de tenir compte des accélérations subies par *Mobile*, ce qui dépasse le cadre abordé ici. Cependant on peut estimer cette différence en supposant que les phases d'accélération sont instantanées. On

envisage, dans ce but, le scenario suivant (en gardant bien à l'esprit qu'il s'agit d'une expérience de pensée) :

- Instantanément, *Mobile* saute dans un véhicule, en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $v = 2,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  par rapport à Galileo. Ce véhicule est muni d'une horloge.
- Pendant les sept premières années *Mobile* voyage à la vitesse  $v$  constante par rapport à Galileo.
- Au bout d'une durée égale à 7 années (mesurée à l'aide de l'horloge qu'il a embarquée), *Mobile* saute instantanément dans un autre véhicule, lequel voyage à la vitesse  $v = 2,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans le sens opposé au précédent, en mouvement rectiligne uniforme par rapport à Galileo.
- 7 années plus tard, lorsqu'il croise son frère à nouveau, il saute de son véhicule pour le rejoindre et s'immobilise instantanément par rapport à lui.

Calculer, d'après ce scenario, et en tenant compte de la réponse (1), les durées de cette expérience, notées  $\Delta t_F$  et  $\Delta t_M$ , mesurées par chaque jumeau. En déduire l'âge de *Mobile* et l'âge de *Fixe* au moment de leurs retrouvailles.

### Rappels

- les lois de Newton telles qu'elles sont formulées en terminale ne sont valables que dans les référentiels galiléens ;
- les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres ;
- il est possible (et usuel) de considérer le référentiel terrestre comme galiléen pour des expériences de durée très inférieure à 24 h, le référentiel géocentrique pour des expériences de durée très inférieure à 1 année, etc.

## CORRECTION DES QUESTIONS

### 1<sup>ère</sup> partie : le paradoxe

1. Chaque jumeau, dans ses propos, fait un choix différent de référentiel propre. Indiquer, pour chacun d'eux, quel référentiel propre est choisi.
  - Dans leurs propos, chacun des deux jumeaux se considère comme l'observateur propre. Donc :
    - *Fixe* considère le référentiel Galileo, dans lequel il est immobile, comme le référentiel propre, puisqu'il considère que c'est le temps mesuré par son frère qui se dilate.
    - *Mobile*, lui, considère le référentiel lié à son véhicule, dans lequel il est immobile, comme le référentiel propre, puisqu'il considère que c'est le temps mesuré par son frère *Fixe* qui se dilate.
2. Expliquer pourquoi, tant que *Mobile* ne change ni de vitesse ni de direction, on ne peut donner raison ni à l'un ni à l'autre.
  - Non, chacun des deux jumeaux peut se considérer comme en mouvement, par rapport à son frère. Donc chacun d'eux voit vieillir son frère plus vite que lui !  
Attention cela n'est vrai que tant que les deux frères sont en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. En particulier cela ne s'applique pas à l'expérience décrite par Langevin, puisque l'un des deux frères subit des accélérations : le fait de rebrousser chemin, par exemple, suppose une accélération.

### 2<sup>ème</sup> partie : une solution

1. Les réponses de la partie précédente utilisent la relation entre durée propre et durée mesurée valables uniquement si le référentiel lié à *Fixe* et celui lié à *Mobile* sont galiléens. Or l'un d'entre eux ne peut pas être supposé galiléen : lequel ? Justifier d'après son mouvement.
  - Le référentiel lié à *Mobile* subit au moins trois accélérations : lorsqu'il démarre, lorsqu'il rebrousse chemin et lorsque qu'il s'arrête à nouveau. Il ne peut donc en aucun cas être considéré comme galiléen.
2. On admet que, lorsque l'un des référentiels considérés subit des accélérations, la relativité restreinte ne s'applique qu'à condition de choisir le référentiel non galiléen comme référentiel propre.  
Lequel des deux jumeaux a donc finalement raison ?
  - Comme le référentiel lié à *Mobile* n'est pas galiléen, c'est *Mobile* qui mesure la durée propre de son voyage (on dit qu'il est un *observateur propre* de l'expérience). Donc la durée mesurée par *Fixe* est dilatée. C'est *Fixe*, resté sur Terre, qui vieillit plus vite. *Mobile* a donc raison.
3. Calculer, d'après ce scenario, et en tenant compte de la réponse (a), les durées de cette expériences, notées  $\Delta t_M$  et  $\Delta t_F$ , mesurées par chaque jumeau. En déduire l'âge de *Mobile* et l'âge de *Fixe* au moment de leurs retrouvailles.
  - Le scénario proposé revient à supposer que les phases d'accélération sont instantanées. On peut donc appliquer la relation entre durée propre et durée mesurée,  **$\Delta t_M$  étant la durée propre**.  
On a :  $\Delta t_M = 14$  ans  
*Mobile* est donc âgé de  $20 + 14 = 34$  ans

Calculons la durée de l'expérience mesurée par *Fixe* :

$$\Delta t_F = \frac{\Delta t_M}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{AN : } \Delta t_F = \frac{14}{\sqrt{1 - \frac{2^2}{3^2}}} = 19 \text{ ans}$$

*Fixe* est donc âgé de  $20 + 19 = 39$  ans.